BTS Informatique Industrielle.

Session 2003.

I. Étude du récepteur optique.

1) Expression de v_1: l'amplificateur opérationnel est en régime linéaire, donc nous avons $v_1 = -R_1 \cdot i_1$ (loi d'Ohm).
En remplaçant i_1 par son expression, nous trouvons: $v_1 = -R_1 \cdot \sigma \cdot e_1 = \beta \cdot e_1$ avec $\beta = -\boldsymbol{R_1} \cdot \sigma$

Par analogie avec le cas précédent, nous trouvons $v_2 = -R_1 \cdot i_2 = \beta \cdot \boldsymbol{e_2}$

2) Pour trouver la tension de différence, nous pouvons utiliser le théorème de superposition:
- ✗ Dans le cas de la source v_1 seule, nous retrouvons une structure d'amplificateur inverseur avec pour entrée v_1, donc nous avons $v_{\varepsilon 1} = -\frac{R_3}{R_2} \cdot v_1$
- ✗ Dans le cas de la source v_2 seule, nous avons une structure d'amplificateur non inverseur avec pour entrée V_+, donc nous avons $v_{\varepsilon 2} = \frac{R_2 + R_3}{R_2} \cdot V_+$
- ✗ La tension V_+ se trouve par un simple diviseur de tension, donc nous avons $V_+ = \frac{R_3}{R_2 + R_3} \cdot v_2$, donc nous trouvons $v_{\varepsilon 2} = \frac{R_2 + R_3}{R_2} \cdot \frac{R_3}{R_2 + R_3} \cdot v_2 = \frac{R_3}{R_2} \cdot v_v$
- ✗ Nous trouvons finalement pour la tension de différence la somme des contributions des deux sources: $v_\varepsilon = v_{\varepsilon 1} + v_{\varepsilon 2} = -\frac{R_3}{R_2} \cdot v_1 + \frac{R_3}{R_2} \cdot v_2 = \frac{R_3}{R_2} \cdot (v_2 - v_1)$
- ✗ Nous avons ici un système qui réalise la **différence avec amplification** entre les tensions v_1 et v_2.
- ✗ En remplaçant les tensions avec les expressions trouvées à la question 1, nous trouvons:

$$\boldsymbol{v_\varepsilon = \frac{R_3}{R_2}} \cdot \beta \cdot (\boldsymbol{e_2 - e_1})$$

3) Quand le faisceau laser est sur la piste, nous avons $e_1 = e_2$, donc $\boldsymbol{v_\varepsilon = 0}$
Quand le faisceau est à droite de la piste, nous avons $e_2 > e_1$, donc $\boldsymbol{v_\varepsilon > 0}$
Quand le faisceau est à gauche de la piste, nous avons $e_2 < e_1$, donc $\boldsymbol{v_\varepsilon < 0}$

4) Le système étudié permet de connaître la position du faisceau par rapport à la piste, donc de pouvoir agir sur le mouvement de translation (moteur radial) pour maintenir le faisceau sur la piste (asservissement de position).

II.Modélisation du « moteur radial »

1) Relation temporelle pour une bobine: $v_S(t)=L\dfrac{di(t)}{dt}$

Passage en Laplace: $V_S(p)=L\cdot p\cdot I(p)$

2) Relation fondamentale de la dynamique: $m\cdot\dfrac{d^2x}{dt^2}+f\cdot\dfrac{dx}{dt}+k\cdot x(t)=\lambda\cdot i(t)$

Passage en Laplace: $m\cdot p^2\cdot X(p)+f\cdot p\cdot X(p)+k\cdot X(p)=\lambda\cdot I(p)$

donc $\left(m\cdot p^2+f\cdot p+k\right)\cdot X(p)=\lambda\cdot I(p)$

Nous avons alors $H(p)=\dfrac{X(p)}{I(p)}=\dfrac{\lambda}{k+f\cdot p+m\cdot p^2}=\dfrac{\dfrac{\lambda}{k}}{1+\dfrac{f}{k}\cdot p+\dfrac{m}{k}\cdot p^2}=\dfrac{H_0}{1+a\cdot p+b\cdot p^2}$

Par identification, nous trouvons: $\boldsymbol{H_0=\dfrac{\lambda}{k}}$, $\boldsymbol{a=\dfrac{f}{k}}$, $\boldsymbol{b=\dfrac{m}{k}}$

3) Transmittance du moteur: $H_M(p)=\dfrac{X(p)}{V_S(p)}=\dfrac{X(p)}{I(p)}\cdot\dfrac{I(p)}{V_S(p)}=H(p)\cdot\dfrac{1}{L\cdot p}$

Nous avons donc: $\boldsymbol{H_M(p)=\dfrac{\dfrac{H_0}{L}}{p\cdot\left(1+a\cdot p+b\cdot p^2\right)}}$

III.Étude de l'asservissement du « moteur radial »

1. Étude de la précision de l'asservissement.

a) En sortie du système de différence, nous avons: $E(p)=X_0(p)-X(p)$

En suivant le reste du modèle, nous trouvons: $X(p)=K\cdot A(p)\cdot H_M(p)\cdot E(p)$

Nous avons donc: $E(p)=X_0(p)-K\cdot A(p)\cdot H_M(p)\cdot E(p)$

d'où $\left(1+K\cdot A(p)\cdot H_M(p)\right)\cdot E(p)=X_0(p)$

Nous trouvons donc bien $E(p)=\dfrac{1}{1+K\cdot A(p)\cdot H_M(p)}\cdot X_0(p)$

b) L'expression de la tension de consigne en Laplace est $X_0(p)=\dfrac{X_0}{p}$

L'expression de le tension d'erreur est alors $E(p)=\dfrac{1}{1+\dfrac{K\cdot A\cdot H_{M0}}{p\cdot(1+a\cdot p+b\cdot p^2)}}\cdot\dfrac{X_0}{p}$

En utilisant le théorème de la valeur finale (rappelée en fin de sujet), nous trouvons:

$$\varepsilon_\infty=\lim_{t\to\infty}\varepsilon(t)=\lim_{p\to0}p\cdot E(p)=\lim_{p\to0}\frac{X_0}{1+\dfrac{K\cdot A\cdot H_{M0}}{p\cdot(1+a\cdot p+b\cdot p^2)}}=\mathbf{0}$$

L'**erreur est nulle**, donc le système suit parfaitement une consigne sous forme d'échelon.

2. Étude de la stabilité de l'asservissement.

Le document-réponse se trouve en dernière page.

La fréquence pour laquelle le gain est nul est $f_0 = 0{,}1 \times 10^{\frac{1}{5}} \simeq \mathbf{0{,}16}\ \boldsymbol{Hz}$

La phase pour cette fréquence est $\varphi_0 \simeq \mathbf{-160}\ °$

La marge de phase est alors $M_\varphi = 180 + \varphi_0 \simeq \mathbf{20}\ °$

Cette valeur signifie que le système est stable, mais **la marge de phase n'est pas suffisante**. Il est habituel de prendre une marge de phase d'au moins 45 ° pour s'assurer que le système reste stable malgré le vieillissement et les variations physiques de l'environnement.

IV.Étude de la commande du moteur d'entraînement.

1. Commande du moteur.

a) La valeur moyenne du signal est égale à l'aire de la tension u(t) (pendant une période) divisé par la période, donc nous avons:

$$<u> = \frac{\alpha \cdot T_0 \cdot U_0 + (T_0 - \alpha \cdot T_0) \cdot (-U_0)}{T_0} = \alpha \cdot U_0 - U_0 + \alpha \cdot U_0 = (\mathbf{2} \cdot \alpha - \mathbf{1}) \cdot \boldsymbol{U_0}$$

b) La fréquence du fondamental est égale à la fréquence du signal u(t), c'est-à-dire f_0.
Nous avons donc $\boldsymbol{f = f_0 = 7{,}65\ kHz}$

c) Par lecture du graphique, nous trouvons:

- Pour le continu, $\boldsymbol{G(0) = 0\ dB}$ donc $<u_M> = <u> \cdot 10^{\frac{G(0)}{20}} = \mathbf{<u>}$
- Pour 7,65 kHz, $\boldsymbol{G(7650) = -60\ dB}$ donc $\hat{U}_{M1} = \hat{U}_1 \cdot 10^{\frac{G(7650)}{20}} = \boldsymbol{\frac{\hat{U}_1}{1000}}$

Nous avons en effet $G(f) = 20 \cdot \log \left| \frac{U_M}{U} \right|$ donc $\left| \frac{U_M}{U} \right| = 10^{\frac{G(f)}{20}}$

Nous pouvons alors appliquer cette formule pour chacune des fréquences présentes dans le spectre du signal d'entrée du filtre pour trouver l'amplitude du signal de sortie.

2. Application.

a) En appliquant les résultats de la question 1.c, nous trouvons $\hat{U}_{M1} = \frac{\hat{U}_1}{1000} = \mathbf{14{,}1 \cdot 10^{-3}}\ \boldsymbol{V}$

Nous avons donc $\boldsymbol{\hat{U}_{M1} \ll <u_M>}$ et la tension de sortie peut alors être assimilée à la composante continue du signal d'entrée.

b) Par application de la relation donnée en début de partie, nous trouvons:

$$\boldsymbol{n=150\cdot<u_M>=150\times 3=450\quad tr.min^{-1}}$$

c) Nous avions trouvé à la question 1.a $<u>=(2\cdot\alpha-1)\cdot U_0$, donc:

$$\alpha=\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{<u>}{U_0}+1\right)=1\ oevr\ 2\cdot\left(\frac{3}{12}+1\right)=\mathbf{0,625}$$

d) La valeur moyenne de la tension u(t) peut varier de $-U_0$ ($\alpha = 0$) à $+U_0$ ($\alpha = 1$), donc le moteur peut tourner dans les deux sens.

V.Étude de la restitution des informations dans le cas d'un CD audio.

1) Le théorème de Shannon nous indique que pour garantir la possibilité de reconstituer le signal sans perte d'information, il faut échantillonner à une fréquence au moins deux fois supérieure à la fréquence la plus élevée d'un signal à spectre limité.
Dans notre cas, il faut $F_E>2\times f_{max}=40\quad kHz$, ce qui est bien le cas.

2) Le quantum est ici donné par la tension d'alimentation totale (10 V) divisé par le nombre d'états possibles (2^{16}), donc $q=\frac{10}{2^{16}}\simeq\mathbf{0,15\quad mV}$

La période d'échantillonnage est $T_E=\frac{1}{F_E}=\frac{1}{44,4\cdot 10^3}\simeq\mathbf{22,5\quad \mu s}$

3) Nous devons récupérer le signal qui se trouve entre 0 et f_{max}, et supprimer les fréquences plus élevées: il nous faut donc un **filtre passe-bas**.

Nous devons donc laisser passer les fréquences inférieures à f_{max}, donc la fréquence de coupure du filtre, f_c, doit vérifier $f_c>f_{max}$

Nous devons supprimer les fréquences liées à l'échantillonnage, donc la fréquence de coupure doit également vérifier $f_c<F_E-f_{max}$

Nous devons donc avoir, pour la fréquence de coupure, $\boldsymbol{f_{max}<f_c<F_E-f_{max}}$

FEUILLE-REPONSE A REMETTRE AVEC LA COPIE